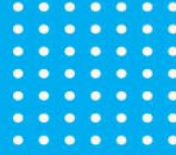


الندوة الثانية

# الرياضيات الثاني الإعدادي

جميع  
أ/إسلام يوسف

ESLAM ACADEMY



ESLAM ACADEMY

1

Follow us

WWW.ESLAMACADEMY.COM





# الفهرس

الوحدة الأولى: التحليل

الوحدة الثانية: القوى الصحيحة في ج

الوحدة الثالثة: الاحتمال

الوحدة الرابعة: المساحات

الوحدة الخامسة: التشابه



# الوحدة الأولى التحليل

التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

تحليل المقدار الثلاثي

تحليل المقدار الثلاثي على صورة المربع الكامل

تحليل الفرق بين مربعين

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

التحليل بالتقسيم

التحليل بإكمال المربع

حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا

Mr. Eslam Youssif

0122 67 666 55

[www.eslamacademy.com](http://www.eslamacademy.com)



## التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

**مثال:** حلل المقادير الآتية بإخراج ع . ٢ . ٢ :

(٢)  $٣س - ١٢$

(١)  $٥س^٢ - ١٥س$

(٤)  $٨م^٢ب + ١٢م^٢ب$

(٣)  $٢٥م + ١٠م$

(٥)  $س(ب - ٢) + ص(ب - ٢)$

أوجد قيمة :

(٧)  $٢٣ + ٤٤ \times ٢٣ + ٢٣ \times ٥٥$

(٦)  $٢٥ \times ٢٧ + ٢٥ \times ٧٣$

(٨)  $٣٤(٣٤) + ٣٤ \times ٦٦$



أوجد باستخدام التحليل القيمة العددية للمقدار:

(٩)  $3 م (م - ٢ن) - ٦ن (م - ٢ن)$  إذا كانت  $م - ٢ن = ١٠$

(١٠)  $س' ص ع + س ص ع' + س ص ع + س ص ع' = ١٠$  ،  $س + ص ع = ٢٥$

(١١)  $١ (س + ص) - (س + ص) = ٩$  ،  $٥ = ب - ١$  إذا كانت  $ب - ١ = ٩$



## تمارين

حلل المقادير الآتية بإخراج ع . م . ن :

- (١) ٨ س<sup>٢</sup> + ٤ س  
(٢) ١٤ س<sup>٢</sup> - ٧ س<sup>٣</sup>  
(٣) ١٢ س<sup>٢</sup> ص + ٨ س ص<sup>٢</sup>  
(٤) ٣٠ س<sup>٢</sup> - ١٥ س + ٥  
(٥) ٨ س<sup>٤</sup> - ١٢ س<sup>٢</sup> + ٦ س<sup>٢</sup> - ٨ س  
(٦) س (١ - ب) + ص (١ - ب)

أوجد قيمة :

(٧)  $٣٨ = (١٣) + ١٣ \times ٣٨$   
(٨)  $٣٥ + ٣٥ \times ٣٩ + ٣٥ \times ٦٠$

أوجد القيمة العددية للمقدار :

(٩)  $١ (س - ص) + ب (س - ص)$  إذا كانت  $١ = ب + ٤$  ،  $٥ = س - ص$

(١٠)  $٣ م (م - ن) - ٦ ن (م - ن)$  إذا كان  $٢ - ن = ١٠$

(١١)  $١٠ = س + ص + ع$  ،  $٥ = س + ص + ع$  إذا كان  $٥ = س + ص + ع$

(١٢) أوجد قيمة م + ن إذا كان ، م (٤ س + ٦ ص) + ٢ ن (٢ س + ٣ ص) = ١٦ ، ٢ س + ٣ ص = ٢

(١٣) إذا كان (س + ص) = ١٠ ،  $٤ = س + ص$  ، أوجد قيمة س ص إذا كان  $٤ = ب + ١$

،  $٥ = س - ص$  أوجد القيمة العددية للمقدار س (١ - ب) - ص (١ - ب)

(١٤) إذا كان  $٣ = ب + ١$  ،  $٧ = س + ص$  أوجد القيمة العددية للمقدار  $١ (س + ص) + ب (س + ص)$



## تحليل المقدار الثلاثي

**مثال:** أكمل ما يأتي :

- (١) عدنان موجبان حاصل ضربهما ٦ و مجموعهما ٥ هما ..... ، .....
- (٢) عدنان موجبان حاصل ضربهما ٦ و مجموعهما ٧ هما ..... ، .....
- (٣) عدنان موجبان حاصل ضربهما ٦ و الفرق بينهما ٥ هما ..... ، .....
- (٤) عدنان موجبان حاصل ضربهما ٦ و الفرق بينهما ١ هما ..... ، .....
- (٥) عدنان موجبان حاصل ضربهما ٦ و الفرق بينهما - ٥ هما ..... ، .....
- (٦) عدنان موجبان حاصل ضربهما ٦ و الفرق بينهما - ١ هما ..... ، .....

**تحليل المقدار على الصورة:**  $س^٢ + ب س + ح$

**مثال:** حلل المقدار الآتي تحليلاً كاملاً :

(٨)  $ص^٢ + ١٠ ص + ٢٤$

(٧)  $س^٢ - ٤ س + ٣$

(١٠)  $م^٢ - ٥ م - ٦$

(٩)  $س^٢ + ٣ س - ١٨$

(١٢)  $ص (١١ - ص) - ١٢$

(١١)  $٥س^٢ + ٣٥س + ٥٠$



$$(13) (س - 2)^2 - 5(س - 2) + 6$$

أكمل ما يأتي :

$$(14) \text{ إذا كان : المقدار } س^2 - 4س + 7 \text{ قابلاً للتحليل فإن : } م = \dots$$

$$(15) \text{ إذا كان : المقدار } س^2 + 7س + م \text{ قابلاً للتحليل فإن : } م = \dots$$

$$(16) \text{ إذا كان : } س^2 - كس + 21 = (س - 3)(س - 7) \text{ فإن : } ك = \dots$$

$$(17) (س^2 - \dots + 9س - \dots)(س^2 + \dots + 2س - \dots) = \dots + \dots - \dots$$

تحليل المقدار على الصورة:  $٣س^٢ + ب + د$  حيث:  $١ \neq ٣$

**مثال:**

حلل المقدار الآتي تحليلاً كاملاً:

(١٩)  $٥س^٢ - ١٩س + ٦$

(١٨)  $٣س^٢ + ١١س + ٦$

(٢١)  $٣س^٢ - ١٧س + ١٠$

(٢٠)  $٥س^٢ + ٢٢س + ٨$

(٢٣)  $٦س^٢ - ٥س - ٦$

(٢٢)  $٣س^٢ + ١٠س - ٨$

(٢٥)  $٥س^٢ - ٤(٧س + ٣)$

(٢٤)  $٥س^٢ + ٧س - ٤$

(٢٦)  $٣٠س - ٢٢س^٢ + ٤س^٢ + ٣س^٢$



أكمل الحدود الناقصة :

$$(27) \quad 6س^2 + \dots - \dots = 2س^2 + (\dots + \dots) (\dots - \dots \text{ ص})$$

$$(28) \quad 6س^2 + 5س - \dots = (\dots + 2) (\dots - 3)$$

## تعارين

حلل المقدار الآتي تحليلاً كاملاً :

- (1)  $س^2 - 8س + 15$  (7)  $س^2 - س - 6س$  (13)  $3س^2 - 19س + 6$
- (2)  $س^2 - 4س + 3$  (8)  $30 - 16ص + 2ص$  (14)  $5س^2 + 2س - 7$
- (3)  $س^2 + 7س + 10$  (9)  $6س^2 + 3س - 24س$  (15)  $13 + 110 + 8$
- (4)  $س^2 + س - 6$  (10)  $س(س - 9) - 22$  (16)  $4م^2 - 4م - 3$
- (5)  $س^2 - 2س + 1$  (11)  $2س^2 - 10س - 28$  (17)  $3س^2 - 7س + 2$
- (6)  $س^2 + س - 20$  (12)  $س^2 - 12س - 45ص$
- (18)  $15س^2 - 21س + 6$  (25)  $3س^2 - 8س - 10س$
- (19)  $2س^2 - 5س - 3$  (26)  $7س^2 - 23س - 30ص$
- (20)  $3س^2 + 19س + 6$  (27)  $13س^2 + 14س + 3$
- (21)  $5س^2 - 4(س + 3)$  (28)  $5س(س - 2) - 4س - 5$
- (22)  $5س^2 - 4(س + 3)$  (29)  $6(س - 2) - 19(س - 2) - 7$
- (23)  $5س^2 - 22س + 8س$  (30)  $10س(س - 4) - 7(س - 4) + 15ص$
- (24)  $2ص^2 - 20 + 6ص$
- (31) مستطيل مساحته  $(6س^2 + 13س + 6)$  سم أوجد أبعاده بدلالة س ثم أحسب محيطه عندما  $س = 3$

## تحليل المقدار الثلاثي على صورة المربع الكامل

**مثال:** حلل المقدار الآتي تحليلاً كاملاً :

(١)  $س^٢ + ٤س + ٤$  (٢)  $س^٢ - ٦س + ٩$

(٣)  $٤س^٢ - ١٢س + ٩$  (٤)  $٢٥س^٢ + ٣ص (٣ص + ١٠س)$

(٥) إذا كان  $س^٢ + ص^٢ = ١٥$  ،  $سص = ٣$  أوجد  $(س + ص)^٢$

(٦) إذا كان  $س^٢ + ص^٢ = ١٧$  ،  $سص = ٤$  أوجد  $س + ص$

(٧) إذا كان  $(س + ص)^٢ = ٢٠$  ،  $س^٢ + ص^٢ = ١٢$  أوجد قيمة  $سص$



**مثال:** أوجد قيمة ك التي تجعل المقدار مربع كامل

(٨)  $٩س^٢ - كس + ٢٥$  (٩)  $كس^٢ - ٣٠س + ٢٥$

**مثال:** استخدم التحليل في تسهيل إيجاد قيمة كلا من المقدارين الآتية

(١٠)  $١(٥٥) + ٤٥ \times ٥٥ \times ٢ + ١(٤٥)$  (١١)  $١(٤٢) + ٤٢ \times ٥٥ \times ٢ - ١(٥٥)$

## تمارين

**أكمل الحدود الناقصة :**

(١)  $س^٢ - ٢س + ١ = (..... - .....)^٢$

(٢)  $١٤س^٢ + ..... + ١٩ص = (..... + .....)^٢$

(٣)  $٤١ - ..... + ..... = (..... + ٩ب)^٢$

(٤)  $٥س + ..... = (..... + ٣٠س)^٢$

(٥)  $..... - ..... + ٤٩ص = (..... - ٢٥س)^٢$

(٦) الحد الأوسط للمقدار :  $(٦س - ٧ص)$  هو .....  $٢$

(٧) إذا كان :  $س + ص = ٤$  فإن :  $س^٢ + ٢سص + ص^٢ = .....٢$

(٨) إذا كان :  $س + ص = ١٣$  ،  $سص = ٦$  فإن :  $(س - ص)^٢ = .....٢$

(٩) إذا كان المقدار :  $٦٤س + ك + ٩$  مربعاً كاملاً فإن :  $ك = ٠٠٠٠$

(١٠) إذا كان المقدار :  $١٦س - ٣٠ + م$  مربعاً كاملاً فإن :  $م = ٠٠٠٠$

(١١) إذا كان المقدار :  $ك + ١٠س + ٢٥$  مربعاً كاملاً فإن :  $ك = ٠٠٠٠$

**حلل المقادير الآتية :**

(١٢)  $٤س - ٢٠س + ٢٥$

(١٣)  $٩ص + ٤ + ١٢ص$

(١٤)  $٣س + ٣٠س + ٧٥س$

(١٥)  $\frac{١}{٤}س - \frac{١}{٣}ص + \frac{١}{٩}$

(١٦)  $(٣ - ٨س) - (٣ - ١٦)$

(١٧)  $٢ص + (١ + ٢ص) + (١ + ٢ص)$

(١٨)  $٢س (٢س - ٥ص) + (٦ص + ٢ص)$

أوجد ناتج ما يأتي باستخدام التحليل :

(١٩)  $(٣) + ٧ \times ٣ \times ٢ + (٧)$

(٢٠)  $(٥) - ٥ \times ٨ + (٤)$



## تحليل الفرق بين مربعين

**مثال:**

حلل المقدار الآتي تحليلاً كاملاً :

(١)  $١٠٠ - ٢٢$

(٢)  $٩ - ٢٢$

(٣)  $١٠٠ - ٢٢$

(٤)  $١٦ - ٢٢$

(٥)  $٣٢ - ٢٢$

(٦)  $٩ - ٢٢$

(٧)  $١٦ - ٢٢$

(٨)  $٩ - ٢٢$

**مثال:** أوجد باستخدام التحليل قيمة

(٩)  $٢٥ - ٧٥$

(١٠)  $٩٩٨ - ٤$

**مثال:** أوجد قيمة

(١١) إذا كان  $س - ص = ٣$  ،  $س + ص = ٥$  أوجد قيمة  $س^٢ - ص^٢$

(١٢) إذا كان  $س^٢ - ص^٢ = ٢٤$  ،  $س - ص = ٤$  أوجد قيمة  $س + ص$

(١٣) إذا كان  $م^٢ - ب^٢ = ٣٥$  ،  $م + ب = ٧$  أوجد قيمة  $م - ب$

**تمارين**

**أكمل :**

(١)  $٣٦ س^٢ - ٠٠٠٠ = (..... - .....)(..... + .....)$

(٢)  $\frac{١}{٤} س^٢ - \frac{١}{٩} ص^٢ = (..... - .....)(..... + .....)$

(٣)  $..... = ٩ + (٣ + ب)(٣ - ب)$

(٤) إذا كان :  $س - ص = ٥$  ،  $س + ص = ٦$  فإن :  $س^٢ - ص^٢ = .....$

**حلل المقادير الآتية :**

(٥)  $٤٩ س^٢ - ٦٤$  (٧)  $٨١ س^٢ - ٤ س^٢$  (٩)  $١ - (١ - س)$

(٦)  $\frac{١}{٤} س^٢ - ١$  (٨)  $٧٥ س^٢ - ٣ س ص^٢$  (١٠)  $٩ س^٢ - ص^٢$

**أوجد ناتج ما يأتي باستخدام التحليل :**

(١١)  $١ - (٩٩)$  (١٢)  $(٦٧) - (٣٣)$  (١٣)  $(١١,٦) - (١,٦)$



## تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

**مثال:** حل تحليلاً تاماً

(١)  $٨ + ٢٧$

(٢)  $٨ + ٢٧$

(٣)  $٢١٦ + ٢٧$

(٤)  $٢٧ + ١٢٥$

(٥)  $٨ - ٢٧$

(٦)  $١٢٥ - ٢٧$

(٧)  $٨ - ٢٧$

(٨)  $١٢٥ - ٢٧$

(٩)  $٢٧ - ٨$

(١٠)  $٢٧ - ٨$

(١١)  $٨ - ١$

(١٢)  $١٢٥ - (٢ + ٨)$

(١٣) إذا كان  $٨ - ٢٧ = ٣$ ،  $٨ + ٢٧ = ٧$  أوجد  $٨ - ٢٧$

(١٤) إذا كان  $٣٢ = ٢م + ٢ب$  ،  $٨ = ٢م - ٢ب + ٢ب$  أوجد  $٢م + ٢ب$

### تمارين

أكمل :

(١)  $(\dots + \dots + \dots)(\dots - \dots) = ١ - ٢س$

(٢)  $\frac{١}{٨} ٢س - ٢ص = (\dots - \dots)(\dots \dots \dots)$

(٣)  $(\dots \dots \dots)(٣ب + \dots) = \dots + ٢م$

(٤) خارج قسمة :  $٢س - ٦٤$  على :  $٢س + ٤س + ١٦$  تساوى .....

(٥)  $٥ = ٢س - ٢ص$  ،  $٢س + ٢ص + ٣ = ٢ص - ٢س$  : فإن  $٢ص - ٢س = \dots$

حلل المقادير الآتية :

(٦)  $٨ - ٢س$  (١٠)  $٢س + ٥٤$

(٧)  $٢ب + ٢٦٤$  (١١)  $\frac{١}{٢٧} ٢س + ١$

(٨)  $١٢٥ ٢س - ٢ص - ١$  (١٢)  $١ - (٢س - ١)$

(٩)  $٨١ ٢س - ٢س$  (١٣)  $(٢س + ٢ص) - (٢س + ٢ص)$

(١٤) أوجد ناتج ما يأتى باستخدام التحليل :  $(١٢) - (٨)$



### مثال: حلل تحليلاً تاماً

(۲)  $س^۲ + م + س + ب + س + م + ب$

(۴) ا ب - ب ع + ا هـ - ع هـ

(۶)  $s^2 + 5s - 3s - 6$

(A) ۲ص + ۴ ص - ص - ۲ص

(١٠)  $س^٢ - ص^٢ + س^٢ - ص^٢$

(٩)  $س^٢ - ص^٢ + س^٢ + ص^٢$

(١٢)  $س^٣ + س^٢ + س^٢ + س^٢ + ٨$

(١١)  $س^٤ + س^٢ + س^٢ + س^٢ + س^٢ - ٩$

## تمارين

حلل المقادير الآتية تحليلاً كاملاً :

(٦)  $س^٥ - س^٣ - س^٢ + ١$

(١)  $س^٢ - س^٢ + س^٢ - س^٢$

(٧)  $(س^٢ - ص^٢) - ١٨ + س^٩ + ص^٩$

(٢)  $س^٢ - س^٢ + س^٢ - ص^٢$

(٨)  $س^٢ - ص^٢ + س^٢ + ١٦$

(٣)  $س^٣ + ص^٥ + س^٧ + ص^٣٥$

(٩)  $س^٢ - ص^٢ + س^٦ + ٩$

(٤)  $س^٤ - س^٤ - س^٦ - س^٩$

(٥)  $س^٢ + س^٢ - س^٢ - ١$



## التحليل باكمال المربع

**مثال:** حلل تحليلاً تاماً

(١)  $x^2 + 4$

(٢)  $x^2 + 6x + 9$

(٣)  $x^2 + 4x + 4$

(٤)  $x^2 + 2x + 1$

(٥)  $x^2 + 9x + 81$

(٦)  $x^2 - 28x + 196$

(٨) س<sup>١</sup> + ١٢ س + ١١

(٧) س<sup>٢</sup> + ٤ س + ٣

### تمارين

حلل المقادير الآتية تحليلاً كاملاً :

(٦) س<sup>٢</sup> - ٦ س + ٨

(١) س<sup>١</sup> + ٤ ص<sup>١</sup>

(٧) س<sup>٢</sup> - ١٤ س - ٥١

(٢) س<sup>٢</sup> + ٤ س + ٥

(٨) ٨١ س<sup>١</sup> + ٤ ص<sup>١</sup>

(٣) س<sup>٢</sup> + ١٠ س ص + ٢٤ ص<sup>٢</sup>

(٩) س<sup>٢</sup> (س<sup>٢</sup> - ١٩ ص<sup>١</sup>) + ٢٥ ص<sup>١</sup>

(٤) س<sup>٢</sup> + ١٢ س - ٣٢

(١٠) ٤ س<sup>٢</sup> (٤ س<sup>٢</sup> - ٧ ص<sup>١</sup>) + ٧ ص<sup>١</sup>

(٥) س<sup>٢</sup> + ٨ س - ٣٣



## حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا

**مثال:**

أوجد في ه مجموعة الحل للمعادلة ( أوجد جذري المعادلة )

(١)  $x^2 - 5x + 6 = 0$       (٢)  $x^2 - 3x - 10 = 0$

(٣)  $x^2 - 4 = 0$       (٤)  $x^2 = 2x$

(٥)  $x^2 = x$       (٦)  $x^2 = (x + 3)$

$$(٨) \quad ١ = \frac{٣}{س} - \frac{٣+س}{٥}$$

$$(٧) \quad ٠ = \frac{٤}{٣} + \frac{٧س}{٣} - ٢$$

$$(١٠) \quad ٢٢ = (س - ٩)$$

$$(٩) \quad ٧ = (س - ٣)(٤ + س)$$

**مثال:**

(١١) عدد حقيقى ثلاثة أمثاله ينقص عن مربعه بمقدار ٤ أوجد العدد

(١٢) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٢ سم فإذا كانت مساحته = ٣٦٠ سم<sup>٢</sup> أوجد أبعاده



(١٣) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٣ ومساحته ٢٨ سم<sup>٢</sup> أوجد محيطه

(١٤) عدد صحيح موجب مربعه يزيد عن أربعة أمثاله بمقدار ٢١ أوجد هذا العدد

(١٥) عدنان الفرق بينهما = ٣ ومجموع مربعيهما = ٢٩ أوجد العدنان

(١٦) مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه ثلاثة أعداد حقيقية متتالية أوجد محيطه ومساحته

## تمارين

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية في ج :

$$(1) \quad 0 = 5 + س^2 + 6س$$

(7)

$$0 = س^2 - 6س + 6$$

$$(2) \quad 0 = 9 - س^2$$

(8)

$$22 = (9 - س) س$$

$$(3) \quad 0 = 25 + س^2 - 20س$$

(9)

$$7 = (3 - س) (4 + س)$$

$$(4) \quad 20 = س^2 + 6س$$

(10)

$$4 = (3 + س) س^2$$

$$(5) \quad 0 = س^2 - 8س$$

(11)

$$0 = \frac{4}{3} + \frac{7س}{3} - س^2$$

$$(6) \quad 0 = 9 + س^2 - 10س$$

(12)

$$1 = \frac{3}{س} - \frac{3+س}{5}$$

(13) أوجد العدد الحقيقي الذي إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج 2 4

(14) عدد حقيقي موجب إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج 6 5 أوجد هذا العدد

(15) أوجد العدد الحقيقي الذي أربعة أمثاله مربعه يساوي 81

(16) أوجد العدد الحقيقي الموجب الذي يزيد مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار 36

(17) عدنان حقيقيان موجبان الفرق بينهما 2 وحاصل ضربيهما 35 ما هما العددان ؟

(18) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار 5 سم ، مساحته 36 سم<sup>2</sup> أوجد أبعاد المستطيل



# الوحدة الثانية

## القوى الصحيحة في ح

29

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح

36

قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح

38

قوانين القوى الصحيحة السالبة في ح

41

العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة

Mr. Eslam Youssif

0122 67 666 55

[www.eslamacademy.com](http://www.eslamacademy.com)



## القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح

إذا كان :  $m$  عدداً نسبياً ،  $n$  عدداً صحيحاً موجباً فإن :

•  $m^{\sim} = m \times m \times m \times \dots \times m$  حيث :  $m$  مكرر كعامل  $n$  من المرات

•  $m^{\sim} = 1$  حيث  $m \neq 0$  صفر

•  $m^{\sim} \times m^{\sim} = m^{\sim + \sim}$

•  $m^{\sim} \div m^{\sim} = m^{\sim - \sim}$

•  $(m^{\sim})^{\sim} = m^{\sim \times \sim}$

•  $(m^{\sim})^{\sim} = m^{\sim \times \sim}$

•  $\left(\frac{m}{n}\right)^{\sim} = \frac{m^{\sim}}{n^{\sim}}$

•  $(m^{\sim} + n^{\sim})^{\sim} \neq m^{\sim} + n^{\sim}$  ، ،  $(m^{\sim} - n^{\sim})^{\sim} \neq m^{\sim} - n^{\sim}$

•  $(m^{\sim})^{\sim} = m^{\sim}$  (حيث  $n$  عدد زوجي)

•  $(m^{\sim})^{\sim} = m^{\sim}$  (حيث  $n$  عدد فردي)

• إذا كان :  $m$  عدداً نسبياً لا يساوي الصفر ،  $n$  عدداً صحيحاً موجباً فإن :  $\frac{1}{m^{\sim}} = m^{-\sim}$  ،  $\frac{1}{m^{-\sim}} = m^{\sim}$

• إذا كان :  $m^{\sim} = m^{\sim}$  فإن :  $m = n$

•  $m^{\sim} = n^{\sim}$  فإن :  $m = n$  صفر

•  $m^{\sim} = 1$  فإن :  $m = 1$  حيث :  $m \neq 0$  ،  $1 \neq \pm 1$



**مثال:** اختصر لابسطة صورة كلا من المقادير الاتية

$$\frac{{}^0(56) \times {}^4(56)}{{}^1(56) \times {}^1(56)} \quad (2)$$

$$\frac{{}^2(36) \times {}^4(36)}{{}^0(36)} \quad (1)$$

$$\frac{{}^{1+2}(2) \times {}^2(27)}{{}^2(6)} \quad (4)$$

$$\frac{{}^7(26) \times {}^0(263)}{{}^4(362)} \quad (3)$$

$$\frac{{}^{2+4}(3) \times {}^2(24)}{{}^2(8) \times {}^1(18)} \quad (6)$$

$$\frac{{}^{1+2}(16) \times {}^2(3)}{{}^2(48)} \quad (5)$$

$$(7) \quad \text{اختصر لابسطة صورة } \frac{{}^{1+2}(2) \times {}^2(9)}{{}^2(6)} \text{ ثم أوجد قيمة الناتج عندما } n = 3$$

$$(8) \quad \text{إذا كان } 8 = \frac{{}^4 \times {}^9}{{}^{18}} \text{ فأوجد قيمة } n$$

(٩) إذا كان  $\frac{1}{3} = \frac{3^س \times 8^س}{1+س \ ٢}$  أوجد قيمة س

**مثال:** إذا كان : س = ٢ ، ص =  $\sqrt[3]{٢}$  أوجد في أبسط صورة قيمة :  
 (١٠) س<sup>٢</sup> - ص<sup>٤</sup> (١١) [ س<sup>٢</sup> - ص<sup>٤</sup> ]<sup>٢</sup>

أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية في ح:

(١٣) س<sup>٢</sup> -  $(\frac{1}{٧})$  = س<sup>٢</sup> -  $(\frac{4}{٩})$

(١٢) (س - ١)° = ٢٤٣

(١٥) ١٦ = (س - ١)⁴

(١٤) ٦  $\frac{1}{٤}$  = س<sup>٢</sup> +  $(\frac{9}{٧})$



$$(17) \quad 1 = 2 - 2 \quad (2)$$

$$(16) \quad 2 - 2 = 2 - 2 \quad (2)$$

$$(19) \quad 2 - 2 = 2 - 2 \quad (5)$$

$$(18) \quad 2 - 2 = 2 - 2 \quad (7)$$

$$(21) \quad \frac{1}{32} = 2 - 2 \quad (2)$$

$$(20) \quad \frac{1}{81} = 2 - 2 \quad (3)$$

$$(23) \quad \frac{5}{4} = 2 + 2 \quad (4)$$

$$(22) \quad \frac{1}{4} = 2 - 2 \quad (7) \times 49$$

(٢٤)  $8 = \frac{(18)^{\frac{1}{3}}}{8^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{3}}}$  أوجد قيمة س

(٢٥) اختصر لايست صورة  $\frac{3^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}}}{(18)^{\frac{1}{3}}}$  وإذا كان الناتج يساوي (٣) من أوجد قيمة ص

(٢٦) اختصر  $\frac{(81)^{\frac{1}{3}} \times (3)^{\frac{1}{3}}}{(3)^{\frac{1}{3}} \times (3)^{\frac{1}{3}}}$  ثم أوجد القيمة العددية للناتج إذا كان (٣)  $2 = \frac{1}{3}$

(٢٧) اختصر  $\frac{2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}}$  ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما (٥)  $7 = \frac{1}{3}$



## تمارين

أختصر لابسطة صورة كلا من المقادير الآتية

$$(4) \frac{5 + 5x + x^2}{15x^2}$$

$$(5) \frac{2(5x^2) \times 2(5x^2)}{2(5)}$$

$$(1) \frac{4x^2 \times 2}{23x^2}$$

$$(2) \frac{18x^2 \times 3}{3x^2 - 1}$$

$$(3) \frac{2(2x^2) \times 2(2x^2)}{2(3x^2)}$$

$$(6) \text{ إذا كان } 8 = \frac{4x^2 \times 9x}{18x} \text{ فأوجد قيمة } x$$

$$(7) \text{ إذا كان } \frac{1}{3} = \frac{3x^2 \times 8x}{12x + 1} \text{ أوجد قيمة } x$$

$$(8) \text{ إذا كان } 16 = \frac{27x^2 \times 8x}{54x} \text{ فأوجد قيمة } x$$

$$(9) \text{ إذا كان } 27 = \frac{81x^2 \times 6x^2}{27x^2 - 4x} \text{ أوجد قيمة } x$$

$$(10) \text{ إذا كان } 9 = \frac{4x^2 \times 6x^2}{2x^2 + 3x} \text{ أوجد قيمة } x$$

$$(11) \text{ إذا كان } 3 = \frac{9x^2 \times 27x^2}{24x^3} \text{ فأوجد قيمة } x$$

أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$\left( \frac{1}{10} ; \frac{4}{120} ; \frac{4}{120} ; \frac{1}{10} \right)$$

$$\left( \frac{27}{8} ; \frac{8}{27} ; \frac{3}{2} ; \frac{2}{3} \right)$$

$$(1) \dots = 2 \left( \frac{2}{5} - \right)$$

$$(2) 2 \left( \dots \right) = 3 \frac{2}{8}$$

$$(3) \quad (5\sqrt{2})^4 = \dots \quad (5 : 20 : 25 : 5)$$

$$(4) \quad (5\sqrt{2})^{-4} = \dots \quad (5 : 20 : 25 : 5)$$

$$(5) \quad (5\sqrt{2})^4 \times (5\sqrt{2})^{-4} = \dots \quad (1 : 1 : 25 : 5)$$

$$(6) \quad \text{إذا كان : ص} = 7^{\text{س}}, \text{ع} = 7^{-\text{س}} \text{ فإن : ص} \times \text{ع} = \dots$$

$$(7) \quad \text{إذا كان : س}^3 \text{ ص}^3 = 8 \text{ فإن : ص}^2 \text{ س}^2 = \dots \quad (1, 7, 7, \text{صفر})$$

$$(8) \quad \text{إذا كان : (س - 1) صفر} = 1 \text{ فإن : س} \ni \dots \quad (2, 4, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$$

$$(9) \quad \text{إذا كان : (س - 3) صفر} = 1 \text{ فإن : س} \neq \dots \quad (1, 3, 3, \text{صفر})$$

$$(10) \quad \text{إذا كان : } \left( \sqrt[3]{\frac{3}{5}} \right)^p = \frac{5}{3} \text{ فإن : } p = \dots \quad (1, 2, 1, 2)$$

أكمل ما يلي :

$$(11) \quad \text{إذا كان : } 5^{\text{س}} = 125 \text{ فإن : س} = \dots$$

$$(12) \quad \text{إذا كان : } 3^{\text{س}} = 9 \text{ فإن : } 2^{\text{س}} - 1 = \dots$$

$$(13) \quad \text{إذا كان : } 3^{\text{س}} = 3^{\text{س} - 5} \text{ فإن : س} = \dots$$

أوجد مجموعة الحل للمعادلات الآتية في ح :

$$(14) \quad 2^{\text{س} - 1} = 32 \quad (15) \quad 3^{\text{س} - 2} = \frac{1}{9} \quad (16) \quad 3^{\text{س} - 3} = \frac{1}{9} \quad (17) \quad 3^{\text{س} - 3} = \frac{81}{16}$$

$$(18) \quad 3^{\text{س} - 5} = 3^{\text{س} - 4}$$

$$(19) \quad \frac{1}{3^2} = 2 \times 4^{\text{س} + 3} \quad (20) \quad 1 = 3^{\text{س} - 1}$$



## قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح

- إذا كان :  $m \in \mathbb{N}^*$  ،  $n \in \mathbb{N}$  عددين صحيحين غير سالبين فإن :  $m^{n+1} = m^n \times m$
- إذا كان :  $m \in \mathbb{N}^*$  ،  $n \in \mathbb{N}$  عددين صحيحين غير سالبين ،  $m \leq n$  فإن :  $m^{n-1} = m^n \div m$
- إذا كان :  $m, n \in \mathbb{N}$  عدداً صحيحاً غير سالب فإن :  $m^n = (m^n)^1$
- $m^n + m^n \neq m^{n+1}$  ،  $m^n - m^n \neq m^0$
- $m^n = (m^n)^1$  إذا كان :  $n$  عدداً زوجياً
- $m^n = (m^n)^1$  إذا كان :  $n$  عدداً فردياً
- إذا كان :  $m, n \in \mathbb{N}$  عدداً صحيحاً غير سالب فإن :  $m^n \div m^n = m^0$
- $m^n = (m^n)^1$  عددين صحيحين غير سالبين :  $m^n = (m^n)^1$

**مثال:** اختصر كلاً مما يأتي لأبسط صورة :

$$(1) \quad (3^2)^3 \times (3^2)^3 \times (3^2)^3 \quad (2) \quad \frac{(5^2)^3 \times (5^2)^3}{(5^2)^3}$$

$$(3) \quad \text{إذا كان : } 5^3 = 3^2 \text{ أوجد قيمة } 5^{3+2}$$

## تمارين

أكمل :

$$..... = \frac{{}^1(\sqrt{2}) \times {}^2(\sqrt{2})}{{}^4(\sqrt{2})} \quad (1) \quad ..... = {}^4(\sqrt{2} -) \div {}^2(\sqrt{2} -) \times {}^1(\sqrt{2})$$

$$..... = {}^{13}3 \times {}^{13}2 \quad (2) \quad ..... = \text{سدس العدد} \quad (0) \quad ..... = \text{صفر} \quad (1) \quad ..... = {}^2(\frac{5}{9}) \times {}^2(\frac{5}{9} -) \times {}^2(\frac{2}{9} -)$$

$$..... = {}^2[(\sqrt{2}) \times {}^2(\sqrt{2} -)] \quad (3)$$

$$..... = \frac{1}{s} + {}^2s \quad (4) \quad ..... = \frac{1}{s} + s, \quad 0 \neq s \quad (5) \quad \text{إذا كان : } s \neq 0, \quad \text{أوجد قيمة كل من}$$

$$..... = {}^33 \quad (6) \quad \text{إذا كان : } s = 0 \quad \text{أوجد قيمة كل من : } (1) \quad {}^{2+s}3 \quad (2) \quad {}^3(27)$$

$$..... = {}^33 = 27 \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (8)$$

$$..... = {}^33 = 27 \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (9) \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة المقدار : } (s - 27)$$

$$..... = {}^33 = 27 \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (10) \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (11) \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (12)$$

$$..... = {}^33 = 27 \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (13) \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (14) \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (15)$$

$$..... = {}^33 = 27 \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (16) \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (17) \quad \text{إذا كان : } s = 27 \quad \text{أوجد قيمة : } {}^32 \quad (18)$$



## قوانين القوى الصحيحة السالبة في ح

إذا كان :  $m, b \in \mathbb{Z}$  ،  $n \in \mathbb{N}$  فإن :

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{(m \times n)}$
- $a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m$
- $a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}}$

### ملحوظة

- إذا كان :  $m \in \mathbb{Z}$  ،  $n \in \mathbb{N}$  ،  $a \in \mathbb{R}$  فإن :  $a^m \times a^{-n} = a^{m-n}$  أي أن : كل من  $a^m$  ،  $a^{-n}$  هو معكوس ضربى للآخر
- إذا كان :  $m, b \in \mathbb{Z}$  ،  $n \in \mathbb{N}$  فإن :  $a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m$

**مثال:** أختصر كلما مما يأتى لأبسط صورة :

$$\frac{3^{2+} \times 3^{(9)}}{3^{(27)}} \quad (2)$$

$$\frac{3^{-(\sqrt{2})} \times 3^{-(\sqrt{2})}}{3^{-(\sqrt{2})}} \quad (1)$$

$$\frac{(27) \times 1 - (8) \times 1}{(27) \times 1 - (8) \times 1} \quad (4)$$

$$\frac{(81) \times 1 - (225) \times 1}{(15) \times 1} \quad (3)$$

$$\frac{(2) \times 1 + (10) \times 1}{(8) \times 1 + (5) \times 1} \quad (5)$$

مثال: أوجد قيمة س إذا كان :

$$\frac{1}{16} = \frac{(4) \times 1 - (36) \times 1}{(4) \times 1 - (9) \times 1} \quad (7)$$

$$6 = \frac{(6) \times 1 - (3) \times 1}{(2) \times 1 - (3) \times 1} \quad (6)$$



## تمارين

أكمل ما يأتي :

$$(1) \dots = (5\sqrt{2} + 3)^4 (5\sqrt{2} + 3)^4$$

$$(2) \dots = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{فإن } 3 = \sqrt{3} \quad \text{إذا كان } 3 = \sqrt{3}$$

$$(3) \dots = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{فإن } 3 = \sqrt{3} \quad \text{إذا كان } 3 = \sqrt{3}$$

أختصر كلاً مما يأتي لأبسط صورة :

$$(8) \frac{(5)^{1-\sqrt{2}} \times (27)^{1+\sqrt{2}}}{(125)^{1-\sqrt{2}} \times (3)^{2-\sqrt{2}}}$$

$$(4) \frac{(3\sqrt{2})^1 \times (3\sqrt{2})^1}{(3\sqrt{2})^1}$$

$$(9) \frac{(8)^{2-\sqrt{2}} \times (6)^{-7} \times (9)^{2-\sqrt{2}}}{(2)^{10-\sqrt{2}} \times (3)^{2+\sqrt{2}}}$$

$$(5) \frac{(2\sqrt{2})^1 \times (2\sqrt{2})^1}{(2\sqrt{2})^1}$$

$$(10) \frac{(2)^{2+\sqrt{2}} \times (3)^{1+\sqrt{2}}}{(6)^{1+\sqrt{2}} \times (4)^{-1+\sqrt{2}}}$$

$$(6) \frac{(0,1)^2 \times (0,1)^2}{(10)^1 \times (10)^1}$$

$$(7) \frac{(27)^{\sqrt{2}} \times (4)^{1+\sqrt{2}}}{(3)^{\sqrt{2}} \times (3)^{1+\sqrt{2}}}$$

أوجد قيمة س إذا كان :

$$(13) \text{ أثبت أن : } 27 = \frac{(15)^{2+\sqrt{2}} \times (3\sqrt{2})^{1-\sqrt{2}}}{(5)^{2+\sqrt{2}} \times (3)^{\sqrt{2}} \times (2\sqrt{2})^{1-\sqrt{2}}}$$

$$(11) 9 = \frac{(9)^{1+\sqrt{2}} \times (12)^{2-\sqrt{2}}}{(4)^{2-\sqrt{2}} \times (3)^{1+\sqrt{2}}}$$

$$(14) \text{ حل المعادلة : } 49 = \frac{(14)^2 \times (4)^{1+\sqrt{2}}}{(16)^{\sqrt{2}} \times (7)^{\sqrt{2}} \times 4}$$

$$(12) \left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{2}} = \frac{(4)^{1-\sqrt{2}} \times (9)^{1+\sqrt{2}}}{(36)^{\sqrt{2}}}$$

## العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة

**مثال:** أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$(2) \quad 4 + 5 \times 3 \div 6 - 2 \times 3$$

$$(1) \quad 2^{-2} \times 3^{-2} \div 6^{-2} - 4$$

$$(3) \quad \frac{2(3) \times 2(5) \times 2(10)}{2(5) \times 9}$$

**مثال:** أوجد مجموعة الحل للمعادلة

$$(5) \quad 216 = 1 - 3 - 3 + 3$$

$$(4) \quad 648 = 2 + 3 - 3 + 3$$

$$(6) \quad \frac{3}{2} = 1 + 2 + 2$$



أوجد قيمة

(٧) إذا كان :  $٧^٣ + ٧^{-٣} = ٥٦$  أوجد قيمة :  $س$

(٨) إذا كان  $س = ٢$  ،  $ص = \sqrt[٣]{٣}$  أوجد قيمة  $٥ (س + ص) + (س - ص)$

(٩) إذا كان  $س = ٣$  ،  $ص = \sqrt[٧]{٧}$  أوجد قيمة  $(س + ص) + (س - ص)$

(١٠) إذا كان : حجم الكرة  $ع = \frac{٤}{٣} \pi ر^٣$  أوجد  $ع$  إذا كان  $فوه = ٣,٧$  سم حيث  $\pi = ٣,١٤$

(١١) إذا كانت  $ح = م (١ + ر)$  حيث  $ح$  جملة المبلغ  $م$  بالجنيه ،  $ر$  (ربح الجنيه في السنة) ،  $هـ$  (عدد السنوات) أوجد  $ح$  لأقرب جنيه إذا كانت  $م = ٢,٥ \times (١٠)$  ،  $ر = ٩,٨ \times (١٠)$  ،  $هـ = ١٢$  سنة

## تمارين

- (١) أوجد الناتج في أبسط صورة :  $3^{-2} \times 2^{-3} \div 4^{-2}$
- (٢) إذا كان :  $5^s + 5^s + 5^s + 5^s + 5^s = 25$  أوجد قيمة :  $s$
- (٣) إذا كان :  $s = 3\sqrt{2} - 2$  ،  $ص = 3\sqrt{2} + 2$  أوجد قيمة :  $(س^7 ص^8 - ص^6 س^7) + (س + ص)^6$
- أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :
- (٤)  $5^s + 5^{s+1} = 5^6$
- (٥)  $5^{\frac{1}{s}} + 5^{\frac{1}{s+3}} = 5^{\frac{1}{s-3}}$
- (٦)  $234 = 3^{s+1} + 3^{s-2}$
- (٧)  $49 = 49^s + 7 \times 50^s - 49^s$
- (٨) أثبت أن :  $\frac{3}{2} = \frac{3^{s+2} - 3^{s-2}}{3^{s+2} \times 7 - 3^{s-2} \times 5}$
- (٩) إذا كان :  $2^{s-1} = \frac{2^{s+2} \times 16 - 2^{s-2} \times 2}{2^{s-2} \times 5 + 2^{s-4} \times 2}$  أوجد قيمة :  $s$
- (١٠) إذا كان حجم الكرة  $ح = \frac{4}{3}\pi ر^3$  نق  $\frac{4}{3}\pi ر^3 = 90.4.32$  سم<sup>٣</sup> أوجد طول نصف قطر الكرة التي حجمها
- (١١) إذا كان حجم المخروط الدائري القائم  $ح = \frac{1}{3}\pi ر^2 ع$  فإوجد طول نصف قطر قاعدته إذا علم أن حجم المخروط  $= 3.5 \times 10$  سم<sup>٣</sup> ؛ طول نصف ارتفاعه  $= 7$  سم متخذاً  $\pi = \frac{22}{7}$



# الوحدة الرابعة الاحتمال

45

الاحتمال

Mr. Eslam Youssif

0122 67 666 55

[www.eslamacademy.com](http://www.eslamacademy.com)

## الاحتمال

### الإستدلال الإحصائي :

يقوم الإستدلال الإحصائي على فكرة اختيار عينة من المجتمع الذي تمثله ، ويتم إجراء البحث على و ما يتم الحصول عليه من نتائج يمكن تعميمه على المجتمع بأكمله أى تستدل على وجود النتائج فى المجتمع من خلال وجودها فى العينة المأخوذة منه

### مفهوم العينة :

العينة هى : جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله وتختار بطريقة عشوائية وتستخدم لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع محل الدراسة والتي تكون أقرب للواقع ويمكن إتخاذ القرارات فى ضوء نتائج دراسة هذه العينات و من ثم تعميمها على المجتمع بأكمله

### المجتمع:

هو عناصر البحث أشخاص ، منتج معين ، برامج إعلامية ، صحف ..... إلخ

### أهمية العينة:

للعينة أهمية كبيرة فى الدراسات والبحوث العلمية والاجتماعية وتستخدم العينات لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع والتي تكون أقرب للواقع ويمكن إتخاذ قرارات فى ضوءها وتعميمها على المجتمع

### مميزات العينة:

- توفير الوقت
- توفير المال
- توفير الجهد

التجربة العشوائية : هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها ، ولكن لا يمكن تحديد الناتج الذى سيحدث فعلا

فضاء العينة : هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية و عدد عناصرها هو  $n$  ( ف )

الحدث : هو مجموعة جزئية من فضاء العينة

$$L(p) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } p}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$$



- الحدث المستحيل : هو الحدث الذي يمكن وقوعه ل ( الحدث المستحيل ) = صفر
- الحدث المؤكد : هو حدث جميع النواتج الممكنة ف ل ( الحدث المؤكد ) = ١
- $٠ \leq L (P) \leq ١$
- إذا كان احتمال وقوع  $P = L (P)$  فإن احتمال عدم وقوع  $١ - P = L (P)$

## مثال:

(١) في تجربة القاء قطعة نقود مرة واحدة أكتب فضاء العينة .

(٢) في تجربة القاء حجر نرد مرة واحدة اكتب فضاء العينة .

(٣) في تجربة القاء قطعة نقود مرة واحدة أوجد

أ. احتمال وقوع صورة  
ب. احتمال وقوع كتابة

(٤) في تجربة القاء حجر نرد مرة واحدة أكتب فضاء العينة ثم عين احتمال كلا من الاحداث الآتية

أ. حدث الحصول على عدد فردي  
ب. حدث الحصول على أحد عوامل العدد ٦

ت. حدث الحصول على عدد أكبر من ٦  
ث. حدث الحصول على عدد يقبل القسمة على ٥

ج. حدث الحصول عدد زوجي أولى  
ح. حدث الحصول على عدد أقل من ٧

خ. حدث الحصول على عدد يقبل القسمة على ٣

(٥) سلة بها ٢٠ كرة بها ٨ كرات حمراء ، ٧ كرات بيضاء ، ٥ كرات صفراء فإذا سُحبت كرة واحدة عشوائياً أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة

أ. حمراء  
ب. حمراء أو صفراء

ت. ليست صفراء

(٦) الجدول التالي يبين عينة مكونة من ٢٠٠ مشاهد للبرامج التلفزيونية

البرامج	الرياضة	الاخبار	المسلسلات	الافلام	الاغاني
عدد المشاهدين	٧٠	٢٠	٤٥	٣٥	٣٠

فإذا أختير مشاهد عشوائياً فما احتمال أن يكون من مشاهدي

أ. الأخبار  
ب. الاغاني

ت. الرياضة

(٧) سلة بها ٣٠ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ٣٠ فإذا أختيرت بطاقة واحدة عشوائياً أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة

أ. مكتوب عليها عدد أولي  
ب. مكتوب عليها عدد من عوامل العدد ١٠

ت. مكتوب عليها عدد مربع كامل  
ث. مكتوب عليها عدد من مضاعفات العدد ٦

ج. مكتوب عليها عدد مكعب كامل  
ح. مكتوب عليها رقم يقبل القسمة على ٥



(٨) حقيبة بها ١٠ بطاقات مرتبة من ١ إلى ١٠ فإذا سحبت منها بطاقة عشوائياً

أ. احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً فردياً

ب. احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً أولياً

ت. احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٣

(٩) مجموعة مكونة من ١٠٠ طالب نجح منهم ٦٠ طالب في الرياضيات ، ٥٥ طالب في العلوم ، ٤٠ طالب في الرياضيات والعلوم معاً فإذا أختير منهم طالب عشوائياً أوجد احتمال :

أ. حدث أن يكون الطالب المختار ناجحاً في الرياضيات

ب. حدث أن يكون الطالب المختار ناجحاً في العلوم

ت. حدث أن يكون الطالب المختار راسباً في الرياضيات و العلوم

## تمارين

- (١) صندوق به ٣ كرات بيضاء ، ٤ كرات حمراء ، ٥ كرات سوداء كلها متماثلة إلا من حيث اللون فإذا سحب كره واحدة عشوائياً فأوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :  
 ( أ ) بيضاء ( ب ) حمراء أو سوداء ( ج ) ليست سوداء
- (٢) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة أوجد احتمال الحصول على :  
 ( أ ) العدد ٣ ( ب ) عدد زوجي  
 ( ج ) عدد أولي فردي ( د ) عدد أقل من أو يساوي ٢  
 ( هـ ) عدد أكبر من ٦ ( و ) عدد س :  $1 \leq x \leq 6$
- (٣) مجموعة متماثلة من البطاقات على كل واحدة حرف من حروف كلمة "الرياضيات" فإذا سحب بطاقة واحدة عشوائياً فما احتمال أن يكون مكتوباً عليها حرف  
 ( أ ) ض ( ب ) ر ( ج ) ي
- (٤) في زيارة لأحد بيوت الشباب وجد به ٣٦ شاباً من عدة محافظات منهم ١٠ من أسوان ، ١٢ من السويس ، ١٤ من القاهرة ، ٤ من البحيرة فإذا أختير عشوائياً شاب واحد فما احتمال أن يكون الشاب المختار :  
 ( أ ) من أسوان ( ب ) من البحيرة ( ج ) ليس من السويس
- (٥) من مجموعة الأرقام { ٢ ، ٣ ، ٥ } كون عدداً مكون من رقمين مختلفين ثم أوجد :  
 كلاً من الأحداث الآتية :  
 ( أ ) حدث أن يكون رقم العشرات فردياً ( ب ) حدث أن يكون رقم العشرات زوجياً  
 ( ج ) حدث أن يكون مجموع الرقمين ٧ ( د ) حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين ١٥
- (٦) فصل دراسي به ٤٠ طالب نجح منهم ٣٠ طالب في الرياضيات ، ٢٤ طالب في العلوم ، ٢٠ طالب في المادتين فإذا أختير طالب عشوائياً فأوجد احتمال أن يكون الطالب المختار  
 ( أ ) ناجحاً في الرياضيات ( ب ) راسباً في العلوم ( ج ) راسباً في المادتين



# الوحدة الرابعة المساحات

51

تساوي مساحتي متوازي الاضلاع

57

تساوي مساحتي مثلثين

62

مساحات بعض الاشكال الهندسية

Mr. Eslam Youssif

0122 67 666 55

[www.eslamacademy.com](http://www.eslamacademy.com)



## تساوي مساحتي متوازي الاضلاع

### ارتفاع متوازي الاضلاع:

في الشكل المقابل  $ABCD$  متوازي اضلاع

إذا كانت  $CH$  قاعدة له ، وكان  $EH \perp CH$

فيكون طول  $EH$  هو الارتفاع المناظر للقاعدة  $CH$

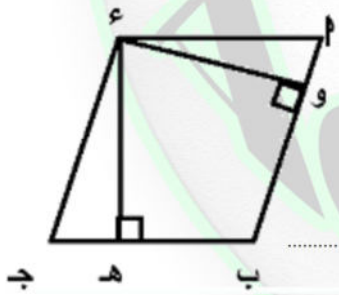
**نظرية:** سطح متوازي الاضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان في المساحة

**نتيجة ١:** مساحة متوازي الاضلاع تساوي مساحة المستطيل المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة  
مساحة متوازي الاضلاع  $ABCD =$  مساحة المستطيل  $EH \times CH$

**نتيجة ٢:** مساحة متوازي الاضلاع = طول القاعدة  $\times$  الارتفاع

في الشكل المقابل  $ABCD$  متوازي اضلاع فيه :  $AB = 12$  سم

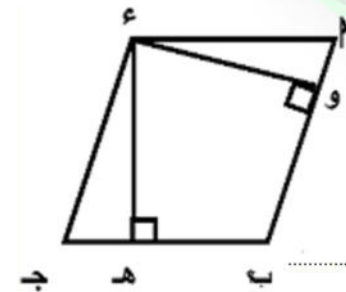
،  $BC = 5$  سم ،  $EH = 4$  سم أوجد مساحة متوازي الاضلاع  $ABCD$  ،  
طول  $EH$  ،



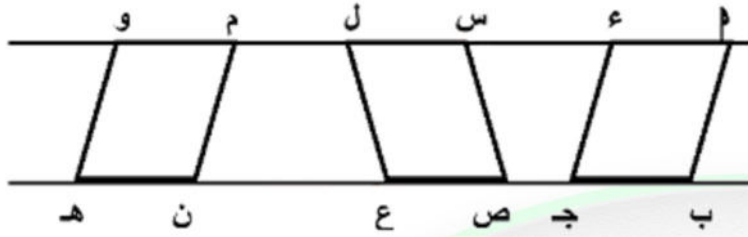
في الشكل المقابل  $ABCD$  متوازي اضلاع

،  $EH \perp CH$  ،  $EO \perp AB$  ،  $EH = 10$  سم ،  
،  $EO = 8$  سم ،  $BC = 12$  سم

أوجد مساحة سطح متوازي الاضلاع  $ABCD$  ثم أحسب طول  $AB$

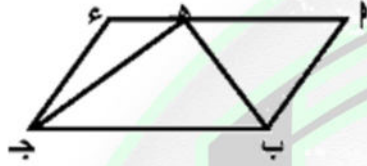






**نتيجة ٣ :** متوازيات الاضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدهما التي على أحد هذين المستقيمين متساوية في الطول تكون متساوية في المساحة

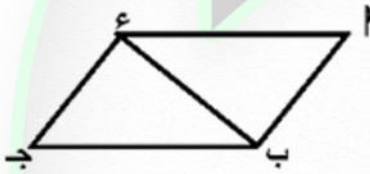
**نتيجة ٤ :** مساحة المثلث تساوي مساحة متوازي الاضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة



مساحة  $\triangle$  هـ ب ج يساوي نصف

مساحة متوازي الاضلاع م ب ج ع

**نتيجة ٥ :** مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  القاعدة  $\times$  الارتفاع



(٣) في الشكل المقابل

إذا كان مساحة  $\triangle$  ع ب ج = ٥ سم<sup>٢</sup>

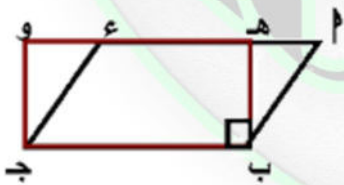
فان مساحة  $\square$  م ب ج ع = ..... سم<sup>٢</sup>



(٤) في الشكل المقابل

إذا كان مساحة  $\square$  م ب ج ع تساوي ٢٠ سم<sup>٢</sup>

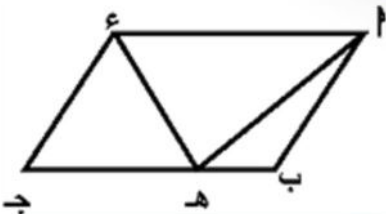
فان مساحة  $\triangle$  م ب ج = ..... سم<sup>٢</sup>



(٥) في الشكل المقابل

إذا كان مساحة المستطيل هـ ب ج و تساوي ٣٠ سم<sup>٢</sup>

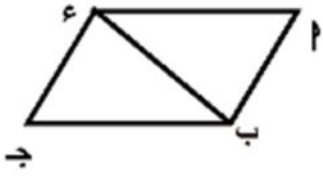
فان مساحة  $\square$  م ب ج ع = ..... سم<sup>٢</sup>



(٦) في الشكل المقابل

إذا كان مساحة  $\square$  م ب ج ع = ٥٠ سم<sup>٢</sup>

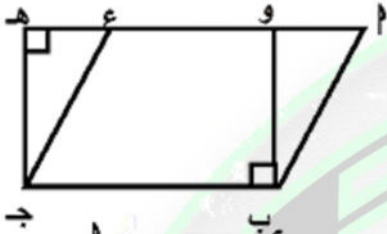
فان مساحة  $\triangle$  م هـ ب = ..... سم<sup>٢</sup>



(٧) في الشكل المقابل

إذا كان مساحة  $\Delta$  ب ج د  $\epsilon$  تساوي ٢ سم<sup>٢</sup>

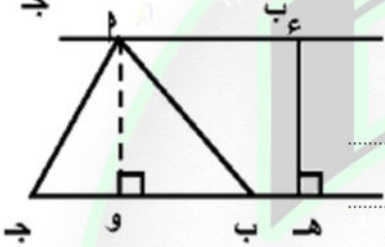
فان مساحة  $\square$  ا ب ج د  $\epsilon$  = ..... سم<sup>٢</sup>



(٨) في الشكل المقابل

إذا كان مساحة متوازي الاضلاع ا ب ج د  $\epsilon$  = ٥ سم<sup>٢</sup>

فان مساحة المستطيل و ب ج د  $\epsilon$  = ..... سم<sup>٢</sup>

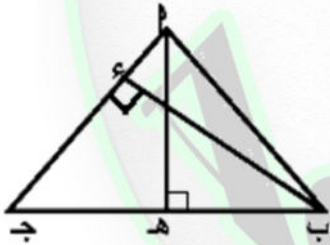


(٩) في الشكل المقابل ا ب ج د // ب ج د، ب ج د = ١٠ سم، ا هـ = ٨ سم

أوجد مساحة  $\Delta$  ا ب ج

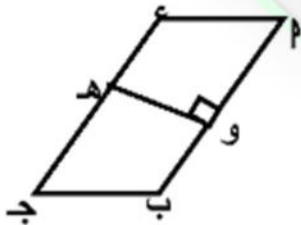
(١٠) في الشكل المقابل : ا ب ج د  $\Delta$  فيه : ب ج د = ١٠ سم، ا هـ = ٤ سم

، ب ج د = ٨ سم أوجد مساحة  $\Delta$  ا ب ج د، طول ا ب ج د

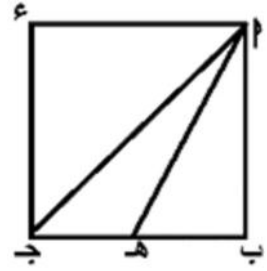


(١١) في الشكل المقابل : ا ب ج د  $\epsilon$  متوازي أضلاع فيه ا هـ و ب ج د = ٥ سم

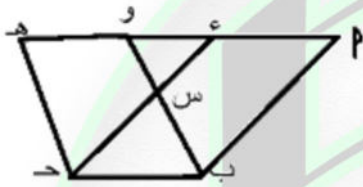
ا ج د = ٦ سم أوجد مساحة متوازي الاضلاع ا ب ج د







(١٢) في الشكل المقابل : م ب ج ع مربع محيطه ٦ سم ، هـ منتصف ب ج  
أوجد مساحة  $\triangle م هـ ج$

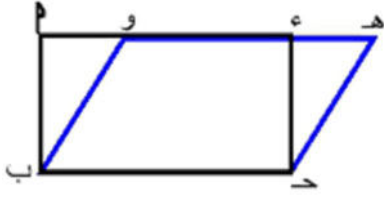


(١٣) في الشكل المقابل : م ب ح ع ، و ب ح هـ متوازي أضلاع أثبت أن :

أ. مساحة الشكل م ب س ع = مساحة الشكل هـ د س و

ب. مساحة  $\triangle م ب و$  = مساحة  $\triangle ع د هـ$

(١٤)



(١٥) فى الشكل المقابل : و ب ح هـ متوازي أضلاع مساحته

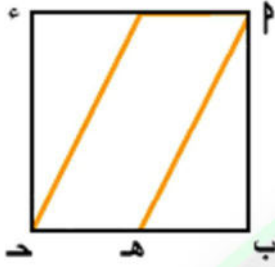
٦٠ سم<sup>٢</sup> ، دء ل ح ب ، ب م ل هـ و يقطعه فى م

، م ب = ٥ سم ، ق ( > هـ ) = ٣٠ أوجد :

أ. مساحة المستطيل م ب ح هـ . ب. محيط متوازي الأضلاع و ب ح هـ



## تمارين



(١) في الشكل المقابل :  $\triangle P$  ب د ح مربع طول ضلعه ١٢ سم

، ومنتصف  $\overline{P}$  أوجد مساحة سطح  $\triangle P$  و د ح

(٢) في الشكل المقابل :  $\triangle P$  ب د ح متوازي أضلاع ،  $\overline{P}$  ح د ب

،  $\overline{P}$  د ب ح ،  $\overline{P}$  د ب ح = ١٦ سم ،  $\overline{P}$  د ب ح = ١٠ سم ،  $\overline{P}$  د ب ح = ٥ سم أحسب طول  $\overline{P}$  و

(٣) في الشكل المقابل : إذا كانت مساحة سطح  $\triangle P$  د ب ح = ١٥ سم

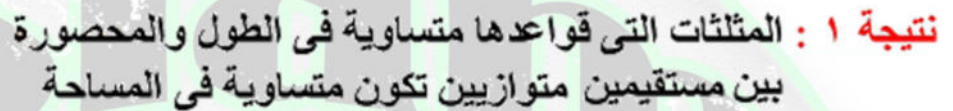
، مساحة سطح  $\triangle P$  د ب ح = ١٢ سم أحسب :

مساحة سطح كل من :  $\triangle P$  د ب ح ، متوازي الأضلاع  $\triangle P$  د ب ح

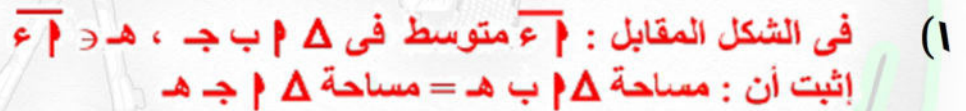
(٤)  $\triangle P$  ب د ح مربع فيه  $\overline{P}$  منتصف  $\overline{P}$  فإذا كان محيط المربع  $\triangle P$  ب د ح = ٤٨ سم

أوجد مساحة سطح  $\triangle P$  د ب ح

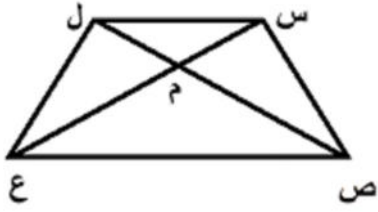
**نظرية ( ٢ ) :** المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأسيهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة متساويان في مساحتي سطحيهما



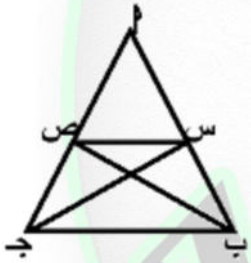
### مثال:



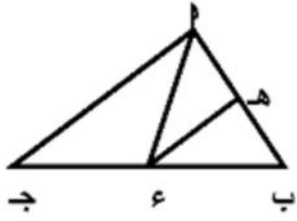




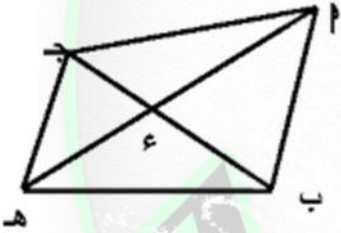
(٢) في الشكل المقابل :  $\overline{ل} // \overline{ص}$  ،  $\overline{س} \cap \overline{ص ل} = \{م\}$   
 إثبت أن مساحة  $\Delta س م ص =$  مساحة  $\Delta ل م ع$



(٣) في الشكل المقابل :  $\overline{ص}$  منتصف  $\overline{ا ب}$  ،  $\overline{س}$  منتصف  $\overline{ا ج}$   
 إثبت أن مساحة  $\Delta ا ب ص =$  مساحة  $\Delta ا س ج$



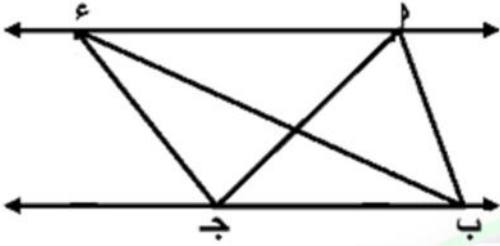
(٤) في الشكل المقابل :  $\overline{م ا}$  متوسط  $\Delta م ب ج$  ،  $\overline{ا هـ}$  متوسط  $\Delta م ب هـ$   
 إثبت أن مساحة  $\Delta م ا هـ = \frac{1}{4}$  مساحة  $\Delta م ب ج$



(٥) في الشكل المقابل :  $\overline{م ا}$  متوسط في  $\Delta م ب ج$  ،  $\overline{ا هـ}$  متوسط في  $\Delta م ب هـ$   
 إثبت أن :  $\Delta م ا هـ = \frac{1}{4}$  مساحة الشكل  $م ب ج$



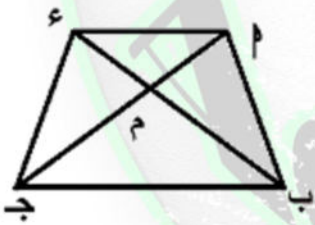
**نظرية ٣ :** المثلثان المتساويان في مساحتهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة من هذه القاعدة يكون رأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة



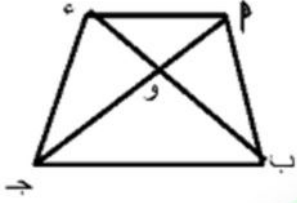
(٦) في الشكل المقابل :  $\triangle PAB = \triangle PCQ$  أثبت أن  $\overline{AP} \parallel \overline{CQ}$



(٧) في الشكل المقابل :  $\triangle PAB = \triangle PCQ$  أثبت أن :  $\overline{AP} \parallel \overline{CQ}$



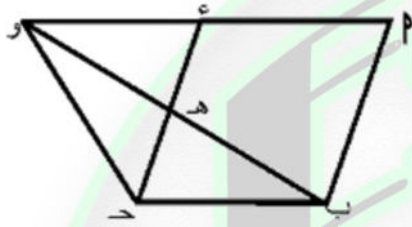
تمارين



(١) في الشكل المقابل :  $\overline{م ع} \parallel \overline{ب ح}$

، ومساحة سطح  $\triangle م ب و = ٣٠$  سم<sup>٢</sup>

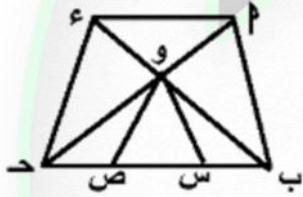
أوجد مساحة سطح  $\triangle ع ح و$



(٢) في الشكل المقابل :  $\overline{م ب} \parallel \overline{ح ع}$  متوازي أضلاع ، و  $\triangle م ب و$

، ه منتصف ب و ، مساحة سطح  $\triangle ه ح و = ١٥$  سم<sup>٢</sup>

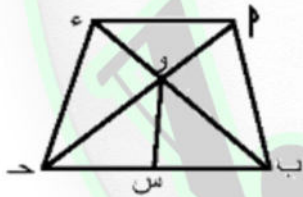
أوجد مساحة سطح متوازي الأضلاع  $م ب ح ع$



(٣) في الشكل المقابل :  $\overline{م ع} \parallel \overline{ب ح}$  ، ب س = ح ص أثبت أن :

\* مساحة سطح  $\triangle م ب و =$  مساحة سطح  $\triangle ع ح و$

\* مساحة سطح الشكل  $م ب س و =$  مساحة سطح الشكل  $ع ح ص و$

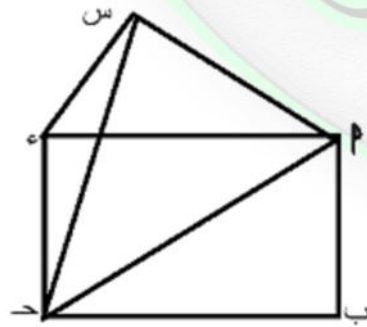


(٤) في الشكل المقابل :  $م ب ح ع$  شكل رباعي فيه

س منتصف  $\overline{ب ح}$  ،  $\overline{م ب} \cap \overline{ع ح} = \{ و \}$  فإذا كانت

مساحة سطح الشكل  $م ب س و =$  مساحة سطح الشكل  $ع ح ص و$

أثبت أن : مساحة سطح  $\triangle م ب و =$  مساحة سطح  $\triangle ع ح و$  ،  $\overline{م ع} \parallel \overline{ب ح}$



(٥) في الشكل المقابل :  $م ب ح ع$  مستطيل فيه

ب ح = ١٢ سم ، ح ع = ٩ سم ،

مساحة سطح  $\triangle م س ح = ٥٤$  سم<sup>٢</sup>

أثبت أن :  $\overline{م ع} \parallel \overline{ب ح}$



## مساحات بعض الاشكال الهندسية

- مساحة المعين = طول ضلعه  $\times$  ارتفاعه
- مساحة المعين =  $\frac{1}{2}$  حاصل ضرب طول قطريه

مثال:

(١) معين طول ضلعه = ١٠ سم وارتفاعه = ٤ سم أوجد مساحته

(٢) معين طولاً قطريه ١٠ سم ، ٦ سم أوجد مساحته

(٣) معين طول ضلعه = ٨ سم ومساحته = ٤٨ سم<sup>٢</sup> أوجد ارتفاعه

(٤) معين ارتفاعه = ٥ سم ومساحته = ٦٠ سم<sup>٢</sup> أوجد طول ضلعه

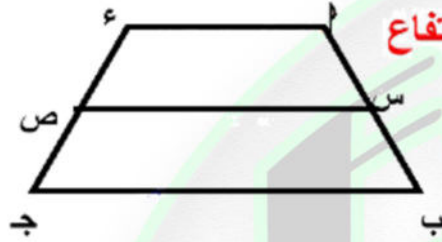
- مساحة المربع =  $\frac{1}{2}$  مربع طول قطره

مثال:

(٥) مربع طول قطره ١٠ سم أوجد مساحته

(٦) مربع مساحته = ٣٢ سم<sup>٢</sup> أوجد طول قطره

(٧) أيهما أكبر في المساحة مربع طول قطره ١٢ سم أم مربع طول ضلعه ١٠ سم



• مساحة شبه المنحرف =  $\frac{1}{2}$  مجموع القاعدتين المتوازيتين  $\times$  الارتفاع

• مساحة شبه المنحرف = القاعدة المتوسطة  $\times$  الارتفاع

$$\text{س ص} = \frac{\text{ا} + \text{ب}}{2}$$

**مثال:**

(٨) شبه منحرف طول قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٩ سم ، ارتفاعه = ١٠ سم أوجد مساحته

(٩) شبه منحرف طول قاعدتيه المتوازيتين ٤ سم ، ١٠ سم مساحته = ٣٥ سم<sup>٢</sup> أوجد ارتفاعه

(١٠) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة = ١٠ ارتفاعه = ٤ سم أوجد مساحته

(١١) شبه منحرف مساحته = ٢٤ سم<sup>٢</sup> ارتفاعه = ٣ سم أوجد طول قاعدته المتوسطة

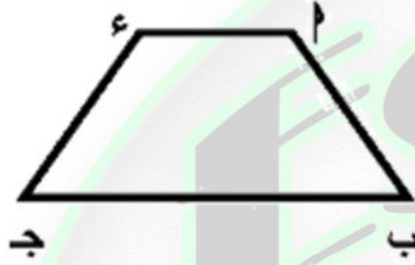
(١٢) شبه منحرف مساحته = ٢٠ سم<sup>٢</sup> طول قاعدته المتوسطة = ٥ سم أوجد ارتفاعه



(١٣) شبه منحرف مساحته = ٣٠ سم<sup>٢</sup> ، ارتفاعه = ٦ سم طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين = ٤ سم أوجد طول القاعدة الأخرى

## شبه المنحرف المتساوي الساقين

شبه منحرف ساقيه متساويان في الطول ( أ ب = ج د )

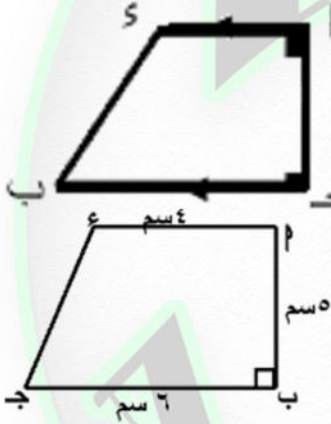


• زاويتي القاعدة في شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان

• قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان

## شبه المنحرف القائم الزاوية :

هو شبه منحرف فيه أحد ساقيه عمودى على القاعدتين المتوازيتين



(١٤) في الشكل المقابل : أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب ج د

الشكل	محيط هـ	مساحة هـ
المستطيل	(الطول + العرض) × ٢	الطول × العرض
المربع	طول ضلعه × ٤	طول الضلع × نفسه = نصف مربع طول قطره
المثلث	مجموع أطوال أضلاعه	نصف القاعدة × الارتفاع
متوازي الاضلاع	٢ (مجموع ضلعين متجاورين)	طول القاعدة × الارتفاع
المعين	طول ضلعه × ٤	= طول ضلعه × ارتفاعه = نصف حاصل ضرب قطريه
شبه المنحرف	مجموع أطوال أضلاعه	القاعدة المتوسطة × الارتفاع
الدائرة	٢ ط نق	ط نق <sup>٢</sup>

## تمارين

أختر الاجابة الصحيحة مما بين القوسين

- (١) مستطيل طوله = ٥ سم وعرضه = ٣ سم يكون محيطه = ..... سم  
( ١٥ - ٨ - ١٦ - ٦٤ )
- (٢) مستطيل طوله = ٥ سم وعرضه = ٣ سم يكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>  
( ١٥ - ٨ - ١٦ - ٦٤ )
- (٣) مربع طول ضلعه = ٦ سم يكون محيطه = ..... سم  
( ٣٦ - ٧٢ - ٢٤ - ١٢ )
- (٤) مربع طول ضلعه = ٦ سم يكون مساحته = ..... سم  
( ٣٦ - ٧٢ - ٢٤ - ١٢ )
- (٥) مربع مساحته = ٦٤ سم<sup>٢</sup> يكون محيطه = ..... سم  
( ٣٢ - ١٦ - ٢٤ - ٤٠ )
- (٦) مربع مساحته = ٢٥ سم<sup>٢</sup> يكون محيطه = ..... سم  
( ٣٢ - ١٦ - ٢٠ - ٤٠ )
- (٧) مربع محيطه = ١٢ سم<sup>٢</sup> يكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>  
( ١٢ - ٩ - ٢٤ - ٦ )
- (٨) مربع طول ضلعه = ٧ سم يكون محيطه = ..... سم  
( ٢٨ - ٤٩ - ١٤ - ٢١ )
- (٩) مربع طول ضلعه = ١٠ سم يكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>  
( ٥ - ٢٠ - ٤٠ - ١٠٠ )
- (١٠) مربع طول قطره = ١٠ سم تكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>  
( ١٠٠ - ٢٠ - ٥٠ - ٢٠٠ )
- (١١) مربع طول قطره  $5\sqrt{2}$  يكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>  
( ٢٥ - ٥٠ - ٧٥ -  $10\sqrt{2}$  )



- (١٢) مربع مساحته = ١٨ سم<sup>٢</sup> يكون طول قطره = ..... سم  
( ٦ - ٣٦ - ٩ - ٢٧ )
- (١٣) مربع مساحته = ١٨ سم<sup>٢</sup> يكون طول ضلعه = ..... سم  
( ٦ - ٣٦ - ٩ - ٢٧ )
- (١٤) مربع طول قطره = ٢٧ سم<sup>٢</sup> يكون طول ضلعه = ..... سم  
( ٥ - ١٠ - ٦ - ٢٥ )
- (١٥) متوازي أضلاع طول قاعدته = ٥ سم وارتفاعه = ١٠ سم تكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>  
( ١٥ - ٥٠ - ٢٥ - ١٠٠ )
- (١٦) متوازي أضلاع مساحته = ٣٥ سم<sup>٢</sup> ارتفاعه = ٧ سم تكون طول قاعدته = ..... سم  
( ٥ - ١٠ - ١٤ - ٧٠ )
- (١٧) متوازي أضلاع مساحته = ٣٦ سم<sup>٢</sup> طول قاعدته = ٩ سم يكون ارتفاعه = ..... سم  
( ١٦ - ٨ - ٢٠ - ٤ )
- (١٨) معين طولاً قطريه ٨ سم ، ١٢ سم تكون مساحته تساوى ..... سم<sup>٢</sup>  
( ٥٠ - ٢٥ - ١٠٠ - ٤٨ )
- (١٩) معين مساحته = ٢٨ سم طول احد قطريه = ٧ سم فان طول قطره الاخر = ..... سم  
( ٤ - ٨ - ١٦ - ١٤ )
- (٢٠) معين طول قاعدته = ٥ سم وارتفاعه = ٦ سم تكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>  
( ١١ - ٣٠ - ١٥ - ٢٥ )
- (٢١) معين مساحته = ٦٠ سم طول قاعدته = ١٠ سم يكون ارتفاعه = ..... سم  
( ٦ - ١٢ - ٣ - ١٠ )
- (٢٢) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة = ١٠ سم ارتفاعه = ٣ سم تكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>  
( ٣٠ - ١٣ - ١٠٠ - ٩ )
- (٢٣) شبه منحرف مساحته = ٤٥ سم<sup>٢</sup> طول قاعدته المتوسطة = ٩ سم يكون ارتفاعه = ..... سم  
( ٥ - ٢٠ - ١٠ - ١٥ )
- (٢٤) شبه منحرف مساحته = ٢٨ سم<sup>٢</sup> ، ارتفاعه = ٤ سم تكون قاعدته المتوسطة = ..... سم  
( ١٤ - ٢١ - ٢٤ - ٤ )

# الوحدة الخامسة

## التشابه

68

التشابه

73

عكس نظرية فيثاغورث

76

المساقط

78

نظرية اقليدس

81

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

Mr. Eslam Youssif

0122 67 666 55

[www.eslamacademy.com](http://www.eslamacademy.com)



## التشابه

يقال لمضلعين م<sub>١</sub> ، م<sub>٢</sub> أنهما متطابقان إذا تحقق الشرطان معاً

• قياسات الزوايا المتناظرة متساوية • أطوال أضلاع المتناظرة متساوية

يقال لمضلعين أنهما متشابهان إذا تحقق الشرطين معاً :

• قياسات زواياهما المتناظرة متساوية • أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

إذا كان : المضلع س ص ع ل ~ المضلع د ع ه و فبان

•  $\angle (س >) = \angle (د >) \quad \angle (ص >) = \angle (ع >)$

•  $\angle (ع >) = \angle (ه >) \quad \angle (ل >) = \angle (و >)$

•  $\frac{س}{د} = \frac{ص}{ع} = \frac{ع}{ه} = \frac{ل}{و}$

•  $\frac{س}{د} = \frac{ص}{ع} = \frac{ع}{ه} = \frac{ل}{و}$

مثال:

(١) في الشكل المقابل : المضلع م ب د ع ه ~ المضلع س ص ع ل م

باستخدام الأطوال المبينة أوجد أطوال :  $\overline{س}$  ،  $\overline{ص}$  ،  $\overline{ع}$  ،  $\overline{ل}$  ،  $\overline{م}$  ،  $\overline{ه}$



لكي يتشابه مضلعان يجب توافر الشرطين معاً

- قياسات زواياهما المتناظرة متساوية
- أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة
- لا ثبات تشابه مثلثين يكتفى فقط بأثبات تحقق أحد الشرطين

- قياسات الزوايا المتناظرة متساوية
- أطوال أضلاع المتناظرة متناسبة

أي مضلعين منتظمين متشابهان

- جميع المثلثات المتساوية الأضلاع متشابهة
- جميع الخماسيات المنتظمة متشابهة
- جميع المربعات متشابهة
- جميع السداسيات المنتظمة متشابهة

يتشابه المثلثان القائم الزاوية إذا

- ساوى قياس إحدى الزاويتين الحادتين في أحدهما قياس إحدى الزاويتين الحادتين في الآخر
- يتشابه المثلثان المتساوي الساقين إذا

- ساوى قياس إحدى زاويتي القاعدة في أحدهما قياس إحدى زاويتي القاعدة في الآخر

إذا رسم من رأس القائمة في المثلث القائم الزاوية عمود على الوتر

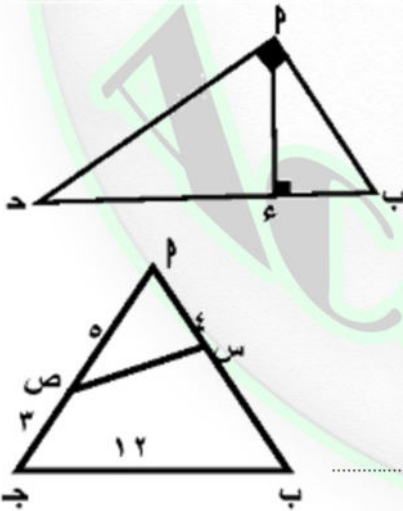
- إنقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكلاهما يشابه المثلث الأصلي

**مثال:**

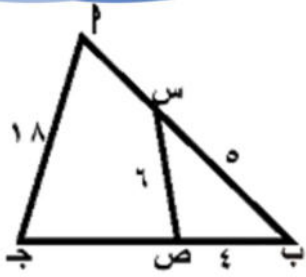
(٢)

في الشكل المقابل

إذا كان:  $\triangle م س ص \sim \triangle م ج ب$  أوجد طول  $س ب$  ،  $س ص$



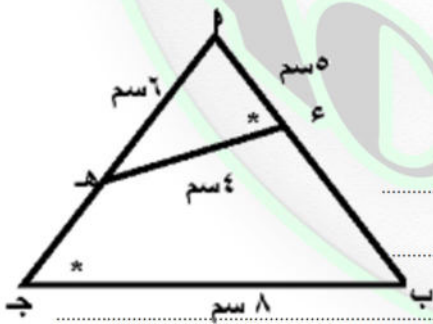




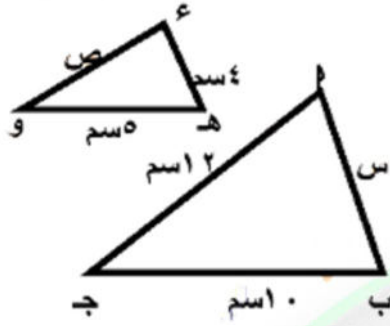
(٣) في الشكل المقابل إذا كان  $\triangle BCS \sim \triangle ABC$  أوجد :  $AS$  ،  $CS$



(٤) في الشكل المقابل : إذا كان  $\triangle ACS \sim \triangle ABC$  أوجد طول :  $AS$



(٥) في الشكل المقابل :  $\angle C = \angle AHS$  (لج) أثبت أن  $\triangle AHS \sim \triangle ABC$  أوجد :  $AB$  ،  $AC$



(٦) في الشكل المقابل  $\Delta م ب ج \sim \Delta ع هـ و$  . أوجد قيمتي  $س$  ،  $ص$


النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين تساوي النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين

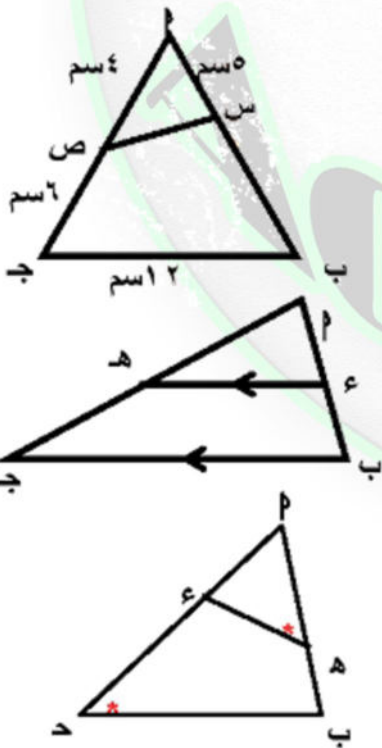
(٧) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ أوجد النسبة بين محيطيهما



## تھارین

### أكمل العبارات الآتية

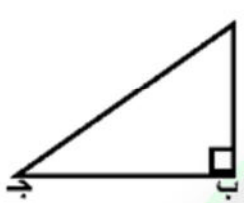
- (١) إذا كانت نسبة التكبير = ١ فإن المثلثان يكونان .....
- (٢) مثلث قياس زاويتين فيه  $70^\circ$  ،  $50^\circ$  ومثلث آخر قياس زاويتين فيه  $70^\circ$  ،  $60^\circ$  يكونان .....
- (٣) شروط تطابق مثلثين هي .....
- (٤) شروط تشابه مثلثين هي .....
- (٥) إذا كان المثلثان متطابقان فإن نسبة التكبير = .....
- (٦) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٥ سم ، ٧ سم ومحيط المثلث الآخر = ٣٠ سم فإن أطوال أضلاع المثلث الآخر هي ..... سم ، ..... سم ، ..... سم
- (٧) إذا كان  $\Delta$  س ص ع  $\sim \Delta$  ع هـ و بحيث كان  $\angle$  (س) =  $50^\circ$  ،  $\angle$  (هـ) =  $60^\circ$  فإن
- أ.  $\angle$  (ع) = ..... ت.  $\angle$  (ص) = .....
- ب.  $\angle$  (ع) = ..... ث.  $\angle$  (و) = .....
- (٨) في الشكل المقابل إذا كان  $\Delta$  م س ص  $\sim \Delta$  م ج ب
- أوجد طول س ب ، س ص
- 



- ٩) **في الشكل المقابل إذا كان**  $\overline{هه} // \overline{بب}$   
**أثبت أن :**  $\triangle م ه ع \sim \triangle م ب ج$
- ١٠) **في الشكل المقابل :**  $\overline{و و} = (\triangle م ه ع) = (\triangle م ب ج)$   
 $\overline{سم} = \overline{هه} = ٣ سم$  ،  $\overline{سم} = \overline{عع} = ٥ سم$  ،  
**أثبت أن :**  $\triangle م ه ع \sim \triangle م ب ج$  ثم أوجد طول  $\overline{ب ه}$

## عكس نظرية فيثاغورث

إذا كان مجموع مساحتي سطحي المربعين المنشأين على ضلعين من أضلاع مثلث يساوي مساحة سطح المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة



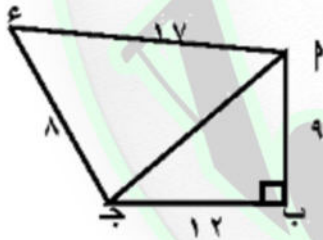
$$(ج\ ا) = (ب\ ا) + (ج\ ب) \text{ كان المثلث قائم الزاوية في ب}$$

مثال:

(١) بين أيا من المثلثات الآتية قائم واياها غير قائمة

أ.  $ا\ ب = ٥$  سم ،  $ب\ ج = ٧$  سم ،  $ا\ ج = ٨$  سم

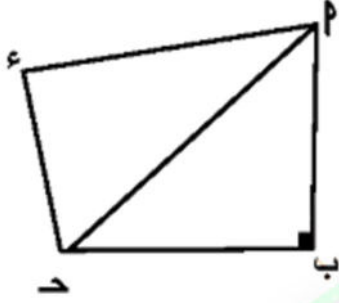
ب.  $س\ ص = ١٧$  ،  $ص\ ع = ١٥$  ،  $س\ ع = ٨$



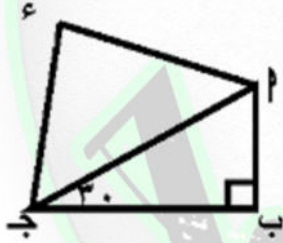
(٢) في الشكل المقابل

إثبت أن :  $٩٠ = (ا\ ج\ ب)$  . واوجد مساحة الشكل  $ا\ ب\ ج$  ع





(٣) م ب ح ع شكل رباعي فيه  $\angle ب = 90^\circ$  ،  $ب = ١٥$  سم ،  $ب د = ٢٠$  سم ،  $ج د = ٧$  سم ،  $م د = ٢٤$  سم أوجد طول م ج ثم أثبت أن  $\angle ع = 90^\circ$  ، أوجد مساحة الشكل م ب ح ع



(٤) ق (م ب ج)  $\angle ب = 90^\circ$  ،  $ب د = ١٦$  سم ،  $ب = ١٠$  سم ،  $ج د = ١٢$  سم أثبت أن : ق (م ب ج)  $\angle ع = 90^\circ$

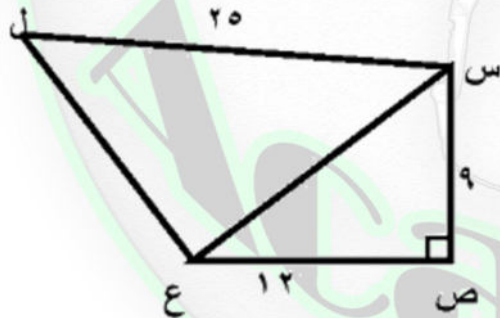
## تمارين

(١) أكمل الجدول الآتي حيث  $\Delta P$  ب ح قائم الزاوية في ب

١١	٩	٧		١٠	٥	١٥		٩	٦	٣	ب P
	٤٠		٨		١٢		١٥		٨	٤	ب ح
٦١		٢٥	١٧	٢٦		٢٥	٢٠	١٥		٥	ح P

(٢) بين هل  $\Delta P$  ب ح قائم الزاوية أم لا في الجدول الآتي :

١١	٩	٥	٣	٧	١٤	١٠	١٥	١٤	٩	٦	ب P
٦٠	٤٠	١٢	٤	٢٠	٨	٢٤	٢٠	١٥	١٠	٨	ب ح
٦١	٤٤	١٣	٥	٢٥	١٧	٢٦	٢٥	٢٠	١٥	١٠	ح P
											ب ح $\Delta P$



- (٣) س ص ع ل شكل رباعي فيه  
 ق (ل ص) =  $90^\circ$  ، ع ل = ٢٠ سم  
 س ص = ٩ سم ، ص ع = ١٢ سم  
 س ل = ٢٥ أوجد  
 (١) أثبت أن ق (ل ع) =  $90^\circ$   
 (٢) أوجد مساحة الشكل س ص ع ل



## المساقط

هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على هذا المستقيم .

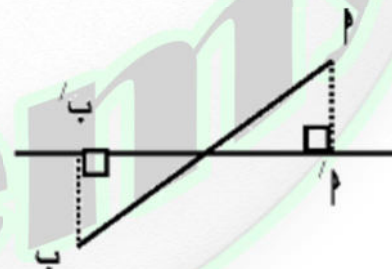
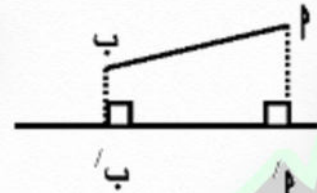
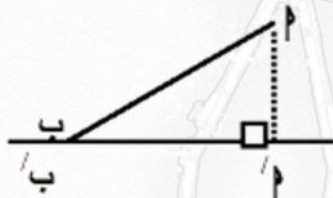
### مسقط نقطة على مستقيم

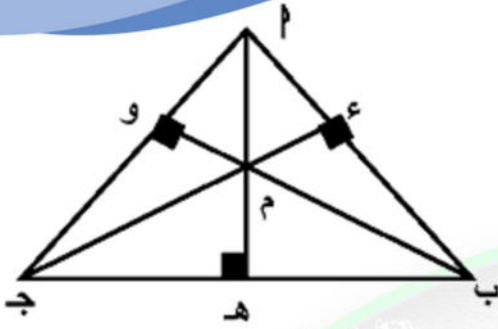


حالة خاصة إذا كان  $P$  على  $l$   
فان مسقطها هو نفسها

$P'$  هي مسقط  $P$  على المستقيم  $l$

### مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم



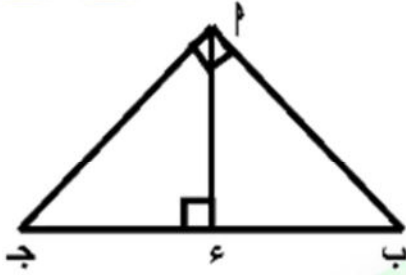


**مثال:** في الشكل المقابل أكمل :

- (١) مسقط م ب على ج ب هو .....
- (٢) مسقط ب ج على م ج هو .....
- (٣) مسقط م ج على م ج هو .....
- (٤) مسقط ب ج على م ج هو .....
- (٥) مسقط م ب على م ج هو .....
- (٦) مسقط ب م على ب ج هو .....
- (٧) مسقط ج م على م ب هو .....
- (٨) مسقط م على ب ج هو .....
- (٩) مسقط م ع على م ب هو .....
- (١٠) مسقط م ب على م هـ هو .....
- (١١) مسقط م ج على ع ج هو .....
- (١٢) مسقط م هـ على ب ج هو .....
- (١٣) مسقط ج ع على م ب هو .....
- (١٤) مسقط ب و على م ج هو .....
- (١٥) مسقط ب م على م ج هو .....



## نظرية اقليدس



في الشكل :  $\Delta$  ب ج : ق ( ب ج ) ،  $\angle ٩٠^\circ$  ،  $\overline{ب ج} \perp \overline{ع ج}$

$$\begin{aligned} \bullet & \quad (ب ج) = ب ج \times ج ب \\ \bullet & \quad (ع ج) = ع ج \times ج ب \\ \bullet & \quad (ب ج) = ب ج \times ج ب \\ \bullet & \quad (ع ج) = ع ج \times ج ب \end{aligned}$$

### مثال:



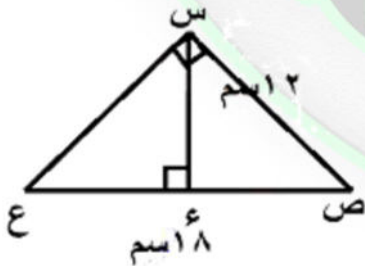
(١) في الشكل المقابل أوجد س ص



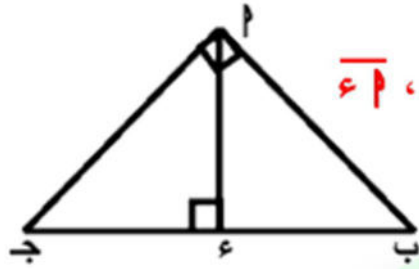
(٢) في الشكل المقابل أوجد س ع



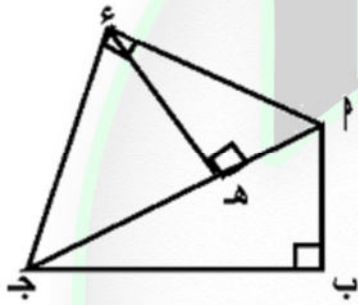
(٣) في الشكل المقابل : أوجد طول ع ع



(٤) في الشكل المقابل : إذا كان س ص = ١٢ سم، ص ع = ١٨ سم  
أوجد طول ص ع



(٥) في الشكل المقابل : م ب ج مثلث قائم الزاوية في م ، م ع  $\perp$  م د ب ج ،  
 م ب = ٦ سم ، م ج = ٨ سم أحسب طول كل من م ب ، م ج ، م د ، م ع



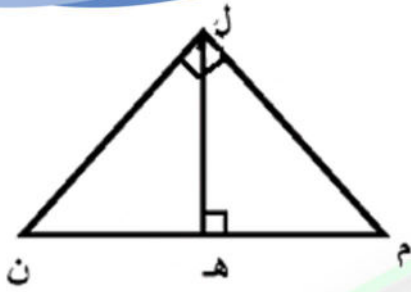
(٦) في الشكل المقابل م ب ج د شكل رباعي فيه  
 (ب د) = ٩٠ ، (ب ج) = ٩٠ ، م ب = ٧ سم ، م ج = ٢٤ سم ، م د = ٢٠ سم أوجد طول : م ج ، م د ، م ب ، م ج



(٧) في الشكل المقابل : أوجد طول س ع ، س ص ، س م



تمارين



(١) من الشكل السابق اكمل

أ.  $(\text{ل م})^2 = \dots \times \dots$

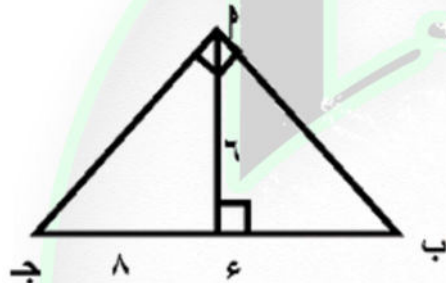
ب.  $(\text{ل م})^2 = \dots - \dots$

ت.  $(\text{ل م})^2 = \dots + \dots$

ج.  $\frac{\dots \times \dots}{\dots} = \text{ل هـ}$

ث.  $(\text{ل هـ})^2 = \dots \times \dots$

ج.  $(\text{ل هـ})^2 = (\text{ل م})^2 - \dots$

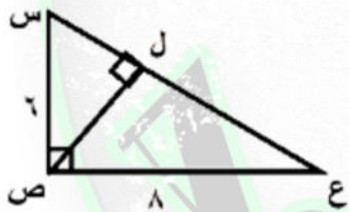


(٢) في الشكل المقابل

١)  $(\text{ب ا ج}) = ٩٠^\circ$

٢)  $\text{ب ج} \perp \text{ا ج}$  ،  $\text{ا ج} = ٦$  سم

٣)  $\text{ا ج} = ٨$  سم أوجد طول ب ج ، ب ا



(٣) في الشكل المقابل

أوجد مع البرهان

طول مسقط س ص على س ع (٢) طول ص ل

## التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزاياه

لمعرفة نوع مثلث بالنسبة لزاياه نوجد اضلاعه الثلاثة  $أ، ب، ج$ ، وبفرض أن  $أ$  هو أكبر الاضلاع طولا فإذا كان

- $(أ، ج) < (أ، ب) + (ب، ج)$  [ يكون المثلث منفرج الزاوية في  $ب$  ]
- $(أ، ج) = (أ، ب) + (ب، ج)$  [ يكون المثلث قائم الزاوية في  $ب$  ]
- $(أ، ج) > (أ، ب) + (ب، ج)$  [ يكون المثلث حاد الزوايا ]

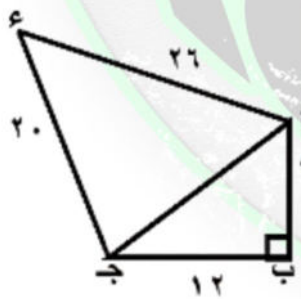
**مثال:**

حدد نوع المثلث في الحالات الآتية

(١)  $أ = ٥، ب = ٧، ج = ١٠$  سم

(٢)  $س = ٤، ص = ٦، ع = ٥$  سم

(٣)  $ل = ٤٠، م = ١٠، ن = ٩$  سم



(٤) في الشكل المقابل  $أ، ب، ج$  شكل رباعي فيه  $أ = ٢٦، ب = ٢٠، ج = ١٢$  سم

و  $(أ، ب) = ٩٠$ ،  $أ = ٩$  سم،  $ب = ١٢$  سم،  $ج = ٢٠$  سم

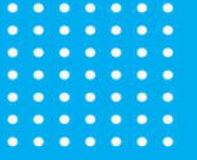
(أ) أوجد طول  $أ، ج$  (ب) حدد نوع  $\Delta أ، ب، ج$



Follow us

WWW.ESLAMACADEMY.COM

ESLAM ACADEMY



الوحدة الأولى: التحليل  
الوحدة الثانية: القوى الصحيحة في ح  
الوحدة الثالثة: الاحتمال  
الوحدة الرابعة: المساحات  
الوحدة الخامسة: التشابه